

Uji Hipotesa Dua Sampel (Lanjutan)

Tjipto Juwono, Ph.D.

November 2017



SURYA
UNIVERSITY

σ tidak diketahui, saling beda, sampel kecil

Standard Deviasi Tidak Diketahui, saling berbeda, $n < 30$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad (1)$$

$$df = \frac{[(s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)]^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}} \quad (2)$$

Contoh

Seorang peneliti di sebuah lab ingin membandingkan daya serap dari satu group tisu gulung dengan merek toko (mis. alfamart, indomaret, dll) dengan grup tisu gulung dengan merek pabrik. Dari grup pertama diperoleh data dari 9 merek (dalam ml), sedangkan dari grup kedua diperoleh sampel dari 12 merek.

Group-1: 8 8 3 1 9 7 5 5 12

Group-2: 12 11 10 6 8 9 9 10 11 9 8 10

Dengan significance level $\alpha = 0.1$ tentukan apakah ada perbedaan signifikan dari mean kedua group itu.

Contoh

Langkah 1 Nyatakan null dan alternate hypotheses

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Langkah 2 Level of Significance $\alpha = 0.1$

Langkah 3 Tentukan statistik. Gunakan tes- t untuk populasi dengan σ tidak diketahui dan tidak sama, untuk sampel kecil $n < 30$.

Contoh

Langkah 4 Nyatakan aturan pengambilan keputusan.

$$\begin{aligned}df &= \frac{[(s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)]^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}} \\&= \frac{[(3.32^2/9) + (1.621^2/12)]^2}{\frac{(3.32^2/9)^2}{9-1} + \frac{(1.621^2/12)^2}{12-1}} \\&= \frac{1.4436^2}{0.1875 + 0.0043} \\&= 10.88 \\&\approx 10\end{aligned}\tag{3}$$

Contoh

Langkah 4 Nyatakan aturan pengambilan keputusan.
 H_0 ditolak jika

$$\begin{aligned}t &> t_{\alpha/2,df} \text{ atau } t < -t_{\alpha/2,df} \\t &> t_{0.05,10} \text{ atau } t < -t_{0.05,10} \\t &> 1.812 \text{ atau } t < -1.812\end{aligned}\tag{4}$$

Langkah 5 Hitung t dan ambil keputusan.

Tabel 1: Statistik deskriptif

Variabel	N	Mean	Stand. Dev. (sampel)
Merek Toko	9	6.44	3.32
Merek Pabrik	12	9.417	1.621

$$\begin{aligned}t &= \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \\ &= \frac{6.44 - 9.417}{\sqrt{\frac{3.32^2}{9} + \frac{1.621^2}{12}}} \\ &= -2.478\end{aligned}\tag{5}$$

t_{hitung} adalah lebih kecil dari harga kritis yang lebih kecil. Maka keputusannya adalah menolak H_0 . Harga rata-rata penyerapan dari kedua group tisu gulung itu berbeda secara signifikan.

Sampel-sampel yang saling dependen

Sampel-sampel yang saling dependen

Adalah sampel-sampel yang berpasangan dan saling berhubungan dengan satu dan lain cara.

Contoh:

- Membandingkan mobil yang sama, tetapi yang dijual oleh dealer yang berbeda.
- Membandingkan sekelompok orang yang sama sebelum dan sesudah suatu program diet.

Dua sampel saling dependen

Dua sample saling dependen

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} \quad (6)$$

Dengan: \bar{d} mean dari selisih
 s_d standard deviasi dari selisih
 n jumlah pasangan

Contoh sampel saling dependen

Sebuah perusahaan riset ingin membandingkan hasil dari dua perusahaan appraisal (Schadek dan Bowyer), yang ditugaskan menaksir harga 10 rumah. Dengan significance level $\alpha = 0.05$, perusahaan riset itu ingin mengetahui apakah ada perbedaan signifikan dari rata-rata hasil penaksiran dari kedua perusahaan tersebut.

Tabel 2: Hasil penaksiran harga rumah dalam ribuan dollar

Rumah	Schadek	Bowyer
1	235	228
2	210	205
3	231	219
4	242	240
5	205	198
6	230	223
7	231	227
8	210	215
9	225	222
10	249	245

Contoh sampel saling dependen

Langkah 1 Nyatakan null dan alternate hypotheses

$$H_0 : \mu_d = 0$$

$$H_1 : \mu_d \neq 0$$

Langkah 2 Level of Significance $\alpha = 0.05$

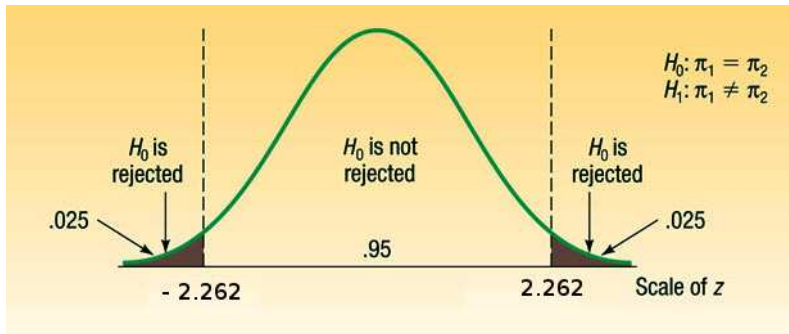
Langkah 3 Tentukan statistik. Gunakan tes- t untuk dua sampel yang saling dependen

Contoh sampel saling dependen

Langkah 4 Nyatakan Aturan Pengambilan keputusan.
 H_0 ditolak jika:

$$\begin{aligned} t &> t_{\alpha/2, n-1} \text{ atau } t < -t_{\alpha/2, n-1} \\ t &> t_{0.025, 9} \text{ atau } t < -t_{0.025, 9} \\ t &> 2.262 \text{ atau } t < -2.262 \end{aligned} \tag{7}$$

Confidence Intervals						
	80%	90%	95%	98%	99%	99.9%
df	Level of Significance for One-Tailed Test					
	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0005
	Level of Significance for Two-Tailed Test					
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587



Tabel 3: Tabel untuk menghitung t

Rumah	Schadek	Bowyer	Selisih, d	$d - \bar{d}$	$(d - \bar{d})^2$
1	235	228	7	2.4	5.76
2	210	205	5	0.4	0.16
3	231	219	12	7.4	54.76
4	242	240	2	-2.6	6.76
5	205	198	7	2.4	5.76
6	230	223	7	2.4	5.76
7	231	227	4	-0.6	0.36
8	210	215	-5	-9.6	92.16
9	225	222	3	-1.6	2.56
10	249	245	4	-0.6	0.36
			—	—	—
			46	0	174.40

Contoh sampel saling dependen

Langkah 5 Hitung t dan buat keputusan.

$$\begin{aligned}\bar{d} &= \frac{\sum d}{n} = \frac{46}{10} = 4.60 \\ s_d &= \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{174.4}{10 - 1}} = 4.402 \\ t &= \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} = \frac{4.6}{4.402/\sqrt{10}} = 3.305\end{aligned}\quad (8)$$

Harga t_{hitung} lebih besar daripada harga kritis. Keputusannya adalah menolak H_0 , berarti ada perbedaan yang signifikan antara mean dari hasil appraisal kedua perusahaan itu.

Perbedaan antara sampel-sampel independen dan dependen

- 1 Sampel-sampel dependen dapat berasal dari kelompok obyek yang sama, namun diukur dengan metode yang berbeda (jadi kita membandingkan "metode 1" vs "metode 2"). Atau bisa juga kita mengukur sampel tersebut, lalu sampel itu mengalami suatu perlakuan, dan kita mengukur lagi sampel yang sama. Di sini kita membandingkan sampel sebelum perlakuan dan sesudah perlakuan.
- 2 Sampel dependen dikarakterisasi dengan observasi yang berpasangan.

REVIEW

Uji Hipotesa Dua Sampel

Membandingkan dua populasi

Standard Deviasi Diketahui

Digunakan jika $n_1, n_2 > 30$ **atau** σ_1 dan σ_2 diketahui

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad (9)$$

Membandingkan dua populasi

Standard Deviasi Tidak Diketahui

Digunakan jika $n_1, n_2 > 30$ **dan** σ_1 dan σ_2 tidak diketahui

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad (10)$$

Uji Dua Sampel: Proporsi

Uji Proporsi

Proporsi dari kedua sampel disatukan menjadi:

$$p_c = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \quad (11)$$

Dengan: X_1 adalah jumlah yang mempunyai sifat yang diselidiki pada sampel pertama

X_2 adalah jumlah yang mempunyai sifat yang diselidiki pada sampel kedua

n_1 adalah jumlah observasi pada sampel pertama

n_2 adalah jumlah observasi pada sampel kedua

Uji Proporsi

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_c(1-p_c)}{n_1} + \frac{p_c(1-p_c)}{n_2}}} \quad (12)$$

$$p_c = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

$$p_1 = \frac{x_1}{n_1}$$

$$p_2 = \frac{x_2}{n_2}$$

Membandingkan dua populasi. Standard deviasi sama, tetapi tidak diketahui. Sampel kecil.

Distribusi- t digunakan jika satu atau lebih sampel berukuran $n < 30$. Asumsi-asumsi yang disyaratkan adalah:

- 1 Kedua populasi harus mempunyai distribusi normal
- 2 Kedua populasi harus mempunyai standard deviasi yang sama
- 3 Sampel diambil dari populasi-populasi yang independen satu sama lain

Membandingkan dua populasi. Standard deviasi sama, tetapi tidak diketahui. Sampel kecil.

Menghitung s_p^2 dan t

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (13)$$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad (14)$$

$$df = n_1 + n_2 - 2 \quad (15)$$

σ tidak diketahui, saling beda, sampel kecil

Standard Deviasi Tidak Diketahui, saling berbeda, $n < 30$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad (16)$$

$$df = \frac{[(s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)]^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}} \quad (17)$$

Dua sampel saling dependen

Dua sample saling dependen

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} \quad (18)$$

Dengan: \bar{d} mean dari selisih
 s_d standard deviasi dari selisih
 n jumlah pasangan