

Time Series

Tjipto Juwono, Ph.D.

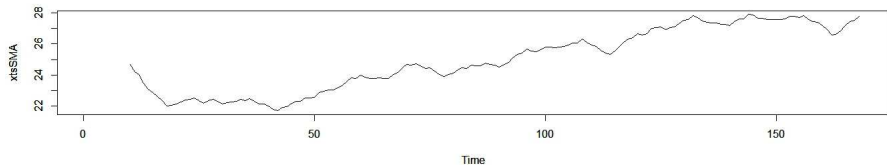
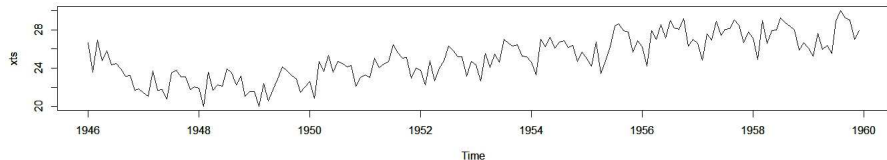
November 2017



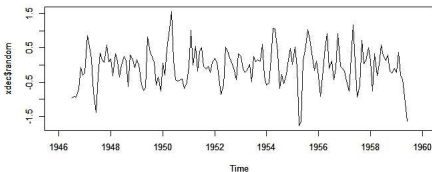
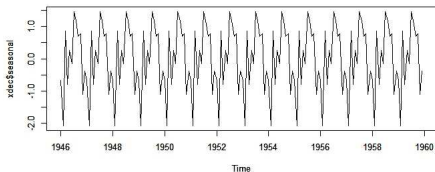
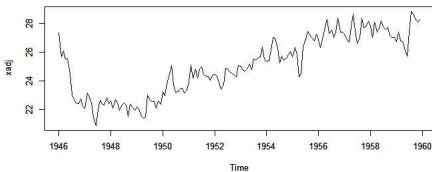
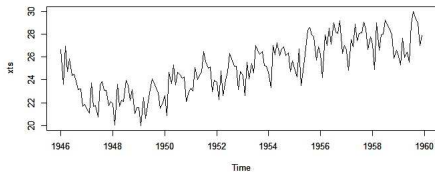
SURYA
UNIVERSITY

Time Series

Jumlah kelahiran anak per bulan di New York
Dari Januari 1946 s/d Desember 1959



Dekomposisi Data Time Series



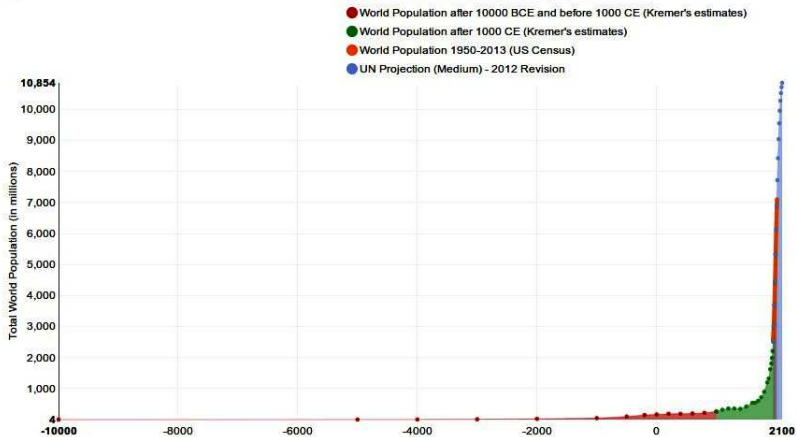
Problem

Benarkah Eksponensial?

Apakah pertumbuhan populasi selalu eksponensial?

$$N_t = N_0 \exp(\lambda t) \quad (1)$$

World population



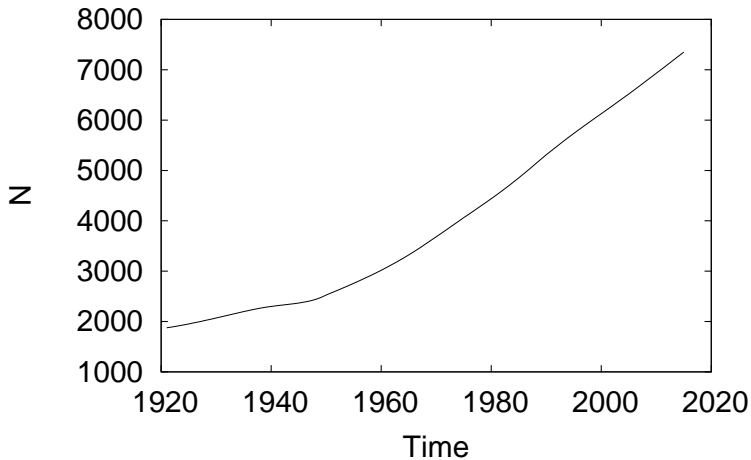
Pemodelan Exponensial

Dengan menggunakan regresi sederhana kita dapat menguji apakah data yang kita miliki menunjukkan kecenderungan sederhana. Persamaan (1) dapat kita tulis

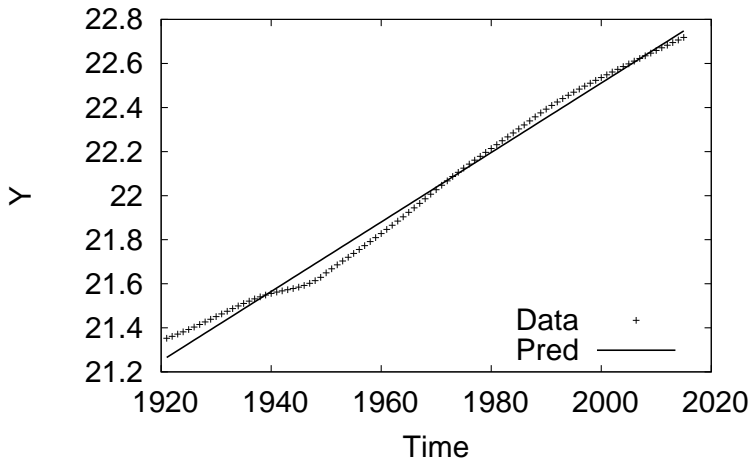
$$\ln N_t = \ln N_0 + \lambda t \quad (2)$$

$$Y = A + \lambda t \quad (3)$$

World Population 1920-2015 in Millions

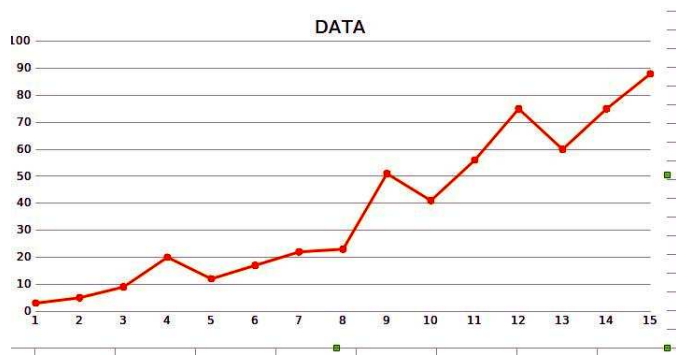


Regression

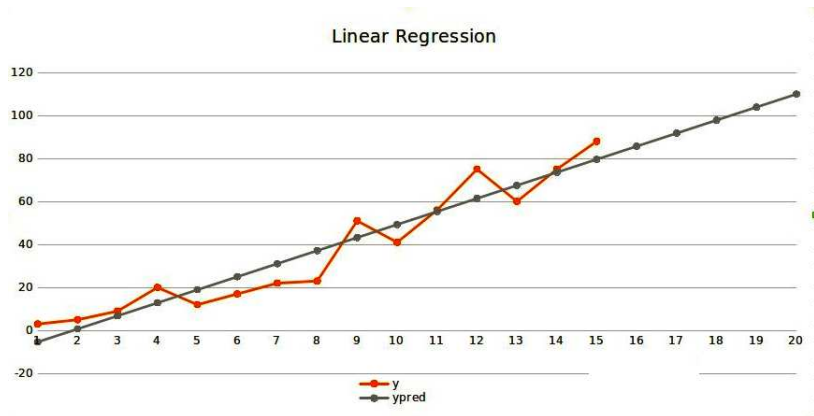


Hasil regresi menunjukkan kecenderungan pertumbuhan populasi yang eksponensial dari tahun 1920 s/d 2015. Tetapi apakah pertumbuhan populasi memang selalu eksponensial?

Data analysis: Time Series



Linear Regression



Simple Moving Average

- 1 Data asli adalah $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$, sedangkan data prediksi adalah $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3, \dots, \hat{y}_n$. Dengan n adalah jumlah data.
- 2 Misalkan kita tentukan periode moving average $p = 3$
- 3 Berarti $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3$ tidak ada. Prediksi dimulai dari \hat{y}_4 .

4

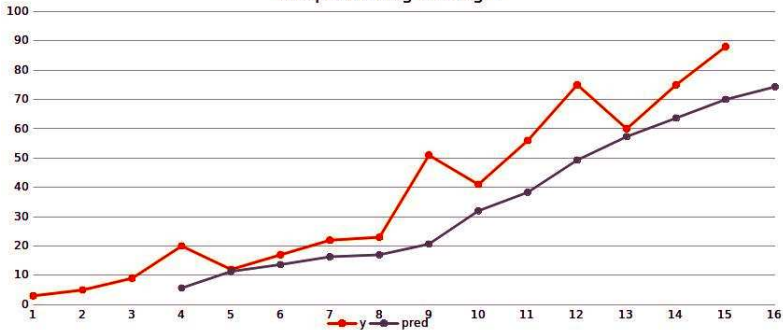
$$\hat{y}_4 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

5

$$\hat{y}_5 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}$$

6 dan seterusnya ...

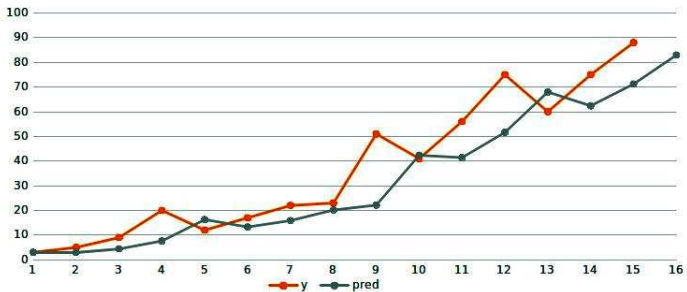
Simple Moving Average



Simple Exponential Smoothing

- 1 $\hat{y}_1 = y_1$
- 2 $\hat{y}_2 = y_1 + \alpha(y_1 - \hat{y}_1)$
- 3 $\hat{y}_3 = y_2 + \alpha(y_2 - \hat{y}_2)$
- 4 dan seterusnya ...
- 5 Nilai α dipilih $0 \leq \alpha \leq 1$

Simple Exponential Smoothing



Holt's Linear Trend

- 1 Nilai awal, tidak ada \hat{y}_1

$$u_1 = y_1$$

$$v_1 = 0$$

- 2 Nilai kedua, \hat{y}_2

$$u_2 = \alpha y_2 + (1 - \alpha)(u_1 + v_1)$$

$$v_2 = \beta(u_2 - u_1) + (1 - \beta)(v_1)$$

$$\hat{y}_2 = u_2 + v_2$$

Holt's Linear Trend

- 1 Nilai ketiga, \hat{y}_3

$$u_3 = \alpha y_3 + (1 - \alpha)(u_2 + v_2)$$

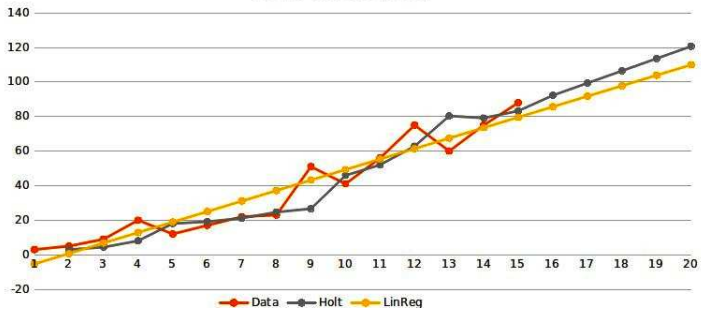
$$v_3 = \beta(u_3 - U_2) + (1 - \beta)(v_2)$$

$$\hat{y}_3 = u_3 + v_3$$

- 2 Dan seterusnya ...

- 3 $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$

Holt's Linear Trend



Holt Winters

- 1 Andaikan periode = 4
- 2 Nilai awal u_1, u_2, u_3 tidak ada
- 3 Nilai awal v_1, v_2, v_3 tidak ada
- 4 Nilai awal $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3, \hat{y}_4$ tidak ada
- 5 $A = (y_1 + y_2 + y_3)/3$
- 6 $s_1 = y_1/A, s_2 = y_2/A, s_3 = y_3/A, s_4 = y_4/A$
- 7 $u_4 = y_4/s_4, v_4 = 0$

- 8 Prediksi pertama adalah \hat{y}_5

$$u_5 = \alpha y_5 / s_1 + (1 - \alpha)(u_4 + v_4)$$

$$v_5 = \beta(u_5 - u_4) + (1 - \beta)v_4$$

$$s_5 = \gamma(y_5 / u_5) + (1 - \beta)s_1$$

$$\hat{y}_5 = (u_4 + v_4)s_1$$

9 Selanjutnya \hat{y}_6

$$u_6 = \alpha y_6 / s_2 + (1 - \alpha)(u_5 + v_5)$$

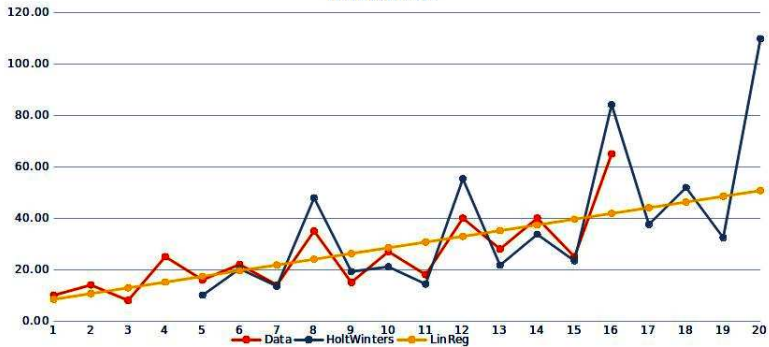
$$v_6 = \beta(u_6 - u_5) + (1 - \beta)v_5$$

$$s_6 = \gamma(y_6 / u_6) + (1 - \beta)s_2$$

$$\hat{y}_6 = (u_5 + v_5)s_2$$

10 Dan seterusnya ...

Holt Winters



Polynomial Regression

$$Y(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \dots + \beta_n t^n + u \quad (4)$$

Contoh:

File: wa_wheat.xlsx

Perolehan gandum di Australia Barat

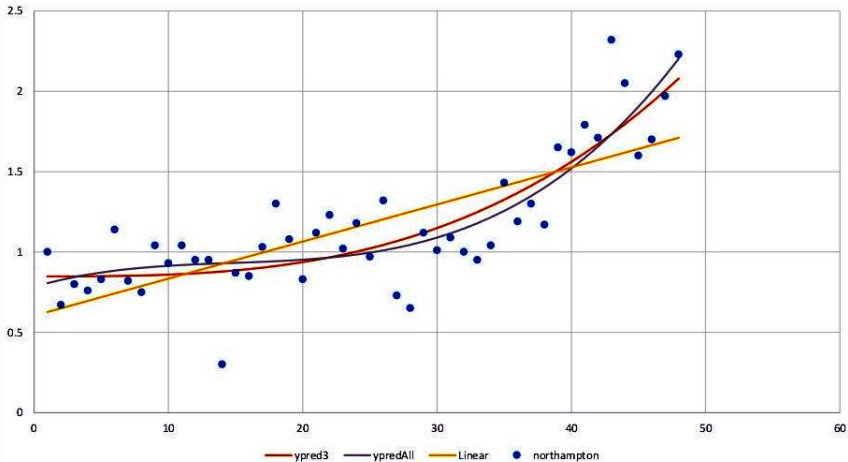
Northampton, Chapman, Mullewa, Greenough

Regresi untuk Northampton:

polinom lengkap orde 3, $R^2=0.75$

polinom tidak lengkap, hanya pangkat 3, $R^2=0.73$, linear, $R^3=0.58$

Northampton



Pilih data untuk Greenough

- 1 Lakukan regresi linear, periksa hasil statistiknya
- 2 Lakukan regresi polinom lengkap orde 3. Periksa hasilnya, dan tentukan regresi polinom tidak lengkap yang mana yang dapat dilakukan.
- 3 Lakukan regresi polinom tidak lengkap, periksa hasilnya dan bandingkan dengan hasil sebelumnya.
- 4 Hitung durbin-watson untuk ketiga regresi yang anda lakukan
- 5 tulis laporan dan diserahkan hari ini.